Matematik KTH
Tentamensskrivning Linjär Algebra 5B4046
Datum: 2007-08-18
Skrivtid: 5 timmar.
Inga hjälpmedel tillåtna.
Varje uppgift ger 3 poäng. Gräns för godkänt: 15 poäng.
Examinator: Mattias Dahl

1. Visa med hjälp av induktion att $\sum_{k=1}^{n}(k+1)2^{k-1} = n \cdot 2^n$ för $n \geq 1$.

2. Skriv talet $z = \frac{(2+2i)(1+i\sqrt{3})}{3i(\sqrt{12}-2i)}$ på polär form.

3. Bestäm för varje reellt tal a antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + (a+2)x_2 + 4x_3 = 13 \\ -x_1 - 3x_2 + ax_3 = 2 \end{cases}$$

4. Avgör om matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ är inverterbar och bestäm i så fall inversen A^{-1}.

5. Bestäm a så att vektorerna $(1,-3,2)$ och $(2,1,a)$ bildar vinkeln $60°$ med varandra.

6. Finn ekvationen för det plan M som innehåller punkten $P_0 = (1,-2,4)$ och som är ortogonalt mot vektorn $n = (-3,2,1)$. Bestäm även det vinkelräta avståndet från punkten $(1,1,1)$ till detta plan.

7. Bestäm matrisen för den linjära avbildning $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ som avbildar vektorn $(2,1)$ på $(1,3,-1)$ och vektorn $(-1,0)$ på $(2,0,-1)$.

8. Bestäm en bas för nollrummet till $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & -5 \end{pmatrix}$. Vilken dimension har värderummet?

9. Visa att om A är en symmetrisk matris så är B^tAB symmetrisk för varje matris B för vilken produkten är definierad.

10. Bestäm A^n om $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Lycka till!