

Matematik KTH

Tentamensskrivning Envariabelanalys 5B4047

Datum: 2007-08-25

Skrivtid: 5 timmar.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Varje uppgift ger 3 poäng. Gräns för godkänt: 15 poäng.

Examinator: Mattias Dahl

1. Går det att bestämma konstanterna a och b så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig och deriverbar på hela reella axeln?

Gör det i så fall!

2. Beräkna följande gränsvärden:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x - 12}$.

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1})$.

3. Bestäm samtliga asymptoter till $f(x) = \frac{x^2-1}{x-2}$ samt lokala max- och minpunkter. Skissera grafen!

4. Avgör om serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)^3}$$

är konvergent.

5. Beräkna integralen $\int_1^2 x^2 \ln x dx$.

6. Bestäm Taylorpolynomet av grad två (med restterm av grad tre) till f kring punkten $a = 1$ då $f(x) = \sqrt{1+x^2}$.

7. Bestäm den konstanta termen i (binomial)utvecklingen av $(3x + \frac{1}{x})^8$.

8. Betrakta kurvstycket $y = 1 - \frac{x^2}{2}$, $0 \leq x \leq \sqrt{2}$. Om detta får rotera kring y -axeln (obs!) bildas en rotations kropp - beräkna dess volym!

9. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - 4y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

10. Du ska tillverka en papperskorg i form av en cylinder med botten men utan lock. Den ska vara tillverkad av ett homogent material och rymma 10 liter. Hur hög ska papperskorgen vara för att materialåtgången ska vara så liten som möjligt?

Lycka till!